

À la recherche de l'arbre perdu : difficulté et généralisation de l'arbre couvrant dans les graphes temporels

Arnaud Casteigts, LaBRI, Bordeaux, arnaud.casteigts@labri.fr
Timothée Corsini, LaBRI, Bordeaux, timothee.corsini@labri.fr

Un *graphe temporel* est un graphe dont les arêtes ne sont pas toujours disponibles, leur présence dépend du temps. Un tel graphe est *temporellement connexe* si tous ses sommets peuvent se joindre mutuellement via des chemins qui traversent les arêtes en temps croissant, ces chemins temporels sont appelés *trajets*. Une des caractéristiques liées aux trajets est la relation d'accessibilité entre les sommets qui n'est ni symétrique, ni transitive, générant de nombreux problèmes structurels et algorithmiques. Par exemple, comme illustré en Figure 1, un graphe temporellement connexe n'admet pas nécessairement d'arbre couvrant temporellement connexe.

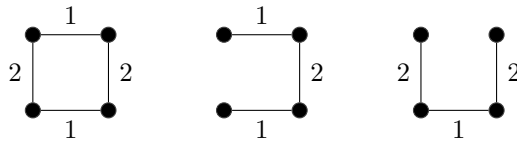


FIGURE 1 – Un graphe temporellement connexe dont les sous-graphes couvrants ne le sont pas.

Dans cette présentation, nous nous penchons sur les raisons derrière l'absence de l'arbre couvrant. Nous montrons dans un premier temps que décider s'il existe un arbre couvrant temporellement connexe est un problème NP-complet. Par la suite, nous nous penchons sur une généralisation du problème de l'arbre couvrant. En effet, un arbre temporellement connexe impose que les trajets entre chaque paire de sommets passent par les mêmes arêtes dans les deux sens, propriété qui n'est pas toujours présente dans les graphes temporellement connexes. Nous définissons alors la notion de *chemins bidirectionnels*, à savoir des séquences d'arêtes correspondant à un trajet dans chaque direction. Cette notion de chemin permet de définir des *bi-spanneurs* : des structures dont chaque paire de sommets partage un chemin bidirectionnel. Nous montrons que décider s'il existe un bi-spanneur dans un graphe temporel se fait en temps polynomial. Toutefois, à l'instar des spanneurs temporels, trouver la taille optimale d'un bi-spanneur est NP-difficile, même dans les graphes temporels simples.