

Un code de Gray énumérant les arbres couvrants de tournois

Bonamy, LaBRI, Université de Bordeaux, marthe.bonamy@u-bordeaux.fr

Hoffmann, ETH Zürich, hoffmann@inf.ethz.ch

Legrand-Duchesne, Jagiellonian University, Kraków, clement.legrand@labri.fr

Rote, Freie Universität Berlin, rote@inf.fu-berlin.de

Étant donné un graphe G , soit $\mathcal{T}(G)$ l'ensemble des arbres couvrants de G . Il existe deux opérations de reconfiguration classiques sur $\mathcal{T}(G)$. La première consiste à supprimer une arête, puis à en rajouter une de sorte à obtenir un autre arbre couvrant. On note $\mathcal{F}(G)$ le graphe de reconfiguration ainsi obtenu, aussi appelé *graphe de flip*. La seconde opération, plus restrictive, impose à l'arête ajoutée d'être incidente à l'arête supprimée. On note alors $\mathcal{P}(G)$ le graphe de reconfiguration obtenu, aussi appelé *graphe de pivot*.

Un code de Gray est un algorithme d'énumération ne modifiant qu'un bit d'information entre deux configurations consécutives. Pour les arbres couvrants, cela correspond à un chemin Hamiltonien dans le graphe de flip. Il existe de nombreuses preuves de l'existence de tels codes de Gray [1, 2], en revanche, aucun de ces cycles Hamiltoniens n'est valide dans $\mathcal{P}(G)$.

Nous considérons ici un équivalent orienté de ces questions. Étant donné un graphe orienté \vec{G} et une racine $r \in V(G)$, on considère le graphe de reconfiguration $\mathcal{A}_r(\vec{G})$ dont les sommets sont les arborescences couvrantes enracinées en r , pour l'opération de reconfiguration consistant à pivoter un arc autour de sa cible. Notons que pour tout graphe G , le graphe de pivot de G est isomorphe à $\mathcal{A}_r(\vec{H})$, où \vec{H} est obtenu depuis G en remplaçant chaque arête par deux arcs de direction opposés. Ainsi l'étude du cas orienté est motivée par la recherche d'un chemin Hamiltonien dans le graphe de pivot.

Nous observons que $\mathcal{A}_r(\vec{G})$ contient parfois des chemins mais pas de cycles Hamiltoniens. De plus, nous prouvons que $\mathcal{A}_r(\vec{G})$ contient un chemin Hamiltonien commençant par n'importe quelle arborescence quand \vec{G} est un tournoi.

Références

- [1] R. Cummins. *Hamilton circuits in tree graphs*. IEEE Trans. Circuit Theory, CT-13 :82–90, 1966
- [2] C. Holzmann and F. Harary. *On the tree graph of a matroid*. SIAM J. Appl. Math., 22 :187–193, 1972.