Racines dans le semi-anneau des graphes fonctionnels

François Doré, LaBRI, Université de Bordeaux, francois.dore@u-bordeaux.fr
Kévin Perrot, LIS, Aix-Marseille Université, kevin.perrot@lis-lab.fr
Antonio E. Porreca, LIS, Aix-Marseille Université, antonio.porreca@lis-lab.fr
Sara Riva, CRIStAL, Université de Lille sara.riva@univ-lille.fr
Marius Rolland, LIS, Aix-Marseille Université, marius.rolland@lis-lab.fr

Les graphes fonctionnels sont des graphes dont chaque sommet a un degré sortant exactement égal à 1, et sont ainsi caractérisables par une endofonction de l'ensemble de sommets vers lui-même. Ils permettent entre-autre de modéliser divers phénomènes évoluant de manière déterministe dans le temps. Une fois munis d'une opération de somme et de produit, que sont respectivement l'union disjointe et le produit direct, ces derniers forment un semi-anneau commutatif [1]. Cette structure algébrique motive alors naturellement la construction d'équations polynomiales, pouvant modéliser diverses hypothèses sur lesdits phénomènes. Pour être en mesure de résoudre ces équations, il est nécessaire d'avoir à disposition des algorithmes permettant de réaliser la division et la racine k-ème. En exploitant la notion d'*unroll*, introduite dans [2], nous présentons ici deux algorithmes polynomiaux permettant de réaliser ces tâches, sous la condition que le résultat soit connexe. De concert, ces algorithmes mènent alors à une résolution efficace d'équations du type $AX^k = B$, ce qui constitue l'une des dernières étapes avant la résolution complète d'équation polynomiales plus générales [3].

Références

[1] A. Dennunzio, V. Dorigatti, E. Formenti, L. Manzoni and A.E. Porreca, *Polynomial equations over finite, discrete-time dynamical systems*, Cellular Automata, 13th International Conference on Cellular Automata for Research and Industry, ACRI 2018 **11115** (2018), 298–306.

[2] E. Naquin and M. Gadouleau, *Factorisation in the semiring of finite dynamical systems*, Theoretical Computer Science **998** (2024) 114509.

[3] A. Dennunzio, E. Formenti, L. Margara, and S. Riva, *An algorithmic pipeline for solving equations over discrete dynamical systems modelling hypothesis on real phenomena* Journal of Computational Science **66** (2023), 101932.