

Partition des sommets de $K_{n,n}$ dont les arêtes sont vertes ou violettes en 4 cycles monochromatiques

Fabrício Siqueira Benevides, Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, fabricio@mat.ufc.com.br

Arthur Lima Quintino, Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará

Alexandre Talon, GSCOP, Université Grenoble Alpes

Nous considérons ici des graphes simples, et les colorations de leurs arêtes avec deux couleurs. On souhaite partitionner les sommets d'un tel graphe en un minimum de cycles monochromatiques. Ici un cycle soit un cycle classique avec au moins 3 sommets, soit un sommet ou une arête. On se demande alors, quels que soient le graphe et une coloration en vert et violet de ses arêtes, de combien de cycles monochromatiques on a besoin dans le pire des cas.

Quand le graphe à décomposer est une clique, Bessy et Thomassé [1] ont prouvé en 2010 que deux cycles monochromatiques suffisent, confirmant une conjecture de Lehel en 1970.

Nous nous sommes intéressés aux graphes bipartis complets équilibrés ($K_{n,n}$). Si la coloration est *split*, alors trois cycles monochromatiques (voire deux dans certains cas) suffisent pour partitionner les sommets d'un $K_{n,n}$. Notre résultat est le suivant, valable pour une bicoloration quelconque :

Théorème *Si G est un graphe complet biparti équilibré dont les arêtes sont colorées en vert et violet, alors les sommets de G peuvent être partitionnés en au plus 4 cycles monochromatiques.*

Notre preuve n'est pas constructive : après avoir montré quelques résultats préliminaires sur la structure de la coloration, nous supposons qu'une telle partition n'existe pas et en déduisons plus de structure sur la coloration des arêtes. L'essentiel de la preuve est effectué par récurrence, l'étape de récurrence utilisant une étude de cas.

Références

- [1] S. Bessy et S. Thomassé, *Partitioning a graph into a cycle and an anticycle, a proof of Lehel's conjecture*, Journal of Combinatorial Theory, Series B 100(2) (2010) 176–180.