

Comment rendre un graphe temporel connecté ?

T. Bellitto, LIP6, Sorbonne Université, thomas.bellitto@lip6.fr

J. Bouton Popper, LIP6, Sorbonne Université, jules.bouton-popper@lip6.fr

B. Escoffier, LIP6, Sorbonne Université, bruno.escoffier@lip6.fr

Ce travail porte sur des problèmes de connexité dans les graphes temporels. Dans ce type de graphes, les arêtes évoluent au cours du temps. Formellement, G est assorti d'une fonction λ qui assigne aux arêtes l'ensemble des pas de temps auxquels elles sont actives. On s'y déplace comme dans les graphes usuels, mais en respectant une contrainte de temps : un chemin temporel respecte un ordre chronologique sur les arêtes qu'il traverse. Cet ordre peut être strict ou non-strict. Enfin, la notion familière de connexité se décline naturellement dans les graphes temporels : un graphe est connexe dans le temps si entre chaque paire ordonnée de sommets, il existe un chemin temporel. Nous avons ainsi les notions de connexité stricte et non-strict, selon la contrainte imposée sur les chemins.

Dans les graphes temporels, nous nous sommes intéressés au problème Temporal Connectivity Augmentation (TCA), qui consiste à trouver parmi un ensemble d'arêtes temporelles que l'on peut ajouter au graphe, un sous-ensemble de cardinalité minimale qui rend le graphe connexe. L'approche est inverse à celle des spanners temporels, pour lesquels on cherche le plus petit sous-graphe connexe dans un graphe déjà connecté.

Notre étude porte sur la complexité de TCA dans sa version stricte et non-strict, mais également sur de multiples variantes et problèmes liés. Dans un premier temps, nous démontrons que TCA strict et TCA non-strict sont NP-complets, et ce, pour toute durée de vie du graphe supérieur ou égale à 2. En revanche, nous identifions une variante du problème, désignée par 1,2-TCA, qui est résoluble en temps polynomial, dans le cas non-strict. Dans un second temps, nous étendons notre recherche à des notions de connexité plus faibles. Nous avons étudié le problème d'augmentation consistant à rendre un sommet source du graphe, problème que nous avons montré également NP-difficile.

Enfin, dans le cas plus général où l'on a une liste de paires de sommets qui doivent être connectés, si le nombre de paires dans la liste est fixé, nous montrons que l'on résout le problème d'augmentation en temps polynomial.