Ensembles localisants dans les graphes sans jumeaux

Nicolas Bousquet, LIRIS, Université Claude Bernard Lyon 1, nicolas.bousquet@liris.cnrs
Quentin Chuet, LISN, Université Paris-Saclay, quentin.chuet@lisn.fr
Victor Falgas-Ravry, Umeå Universitet, Suède, victor.falgas-ravry@umu.se
Amaury Jacques, LaBRI, Université de Bordeaux amaury.jacques@labri.fr
Laure Morelle, LIRMM, Université de Montpellier, laure.morelle@lirmm.fr

Un ensemble *localisant* d'un graphe connexe G est un ensemble de sommets X tel que chaque sommet de $V(G) \setminus X$ est *localisé* par X, c'est à dire que son voisinage dans X est unique. Cet ensemble est dit *localisant-dominant* si il est à la fois localisant et dominant. On note $LD(G)$ la taille du plus petit ensemble localisant-dominant de G, et on étudie ce paramètre en fonction du nombre de sommets n. Notons que la borne triviale $LD(G) \leq n-1$ est atteinte par K_n et $K_{1,n-1}$, deux graphes qui contiennent beaucoup de *jumeaux*, c'est à dire des sommets qui ont le même voisinage (ouvert ou fermé).

Partant de ce constat, il est intéressant de se restreindre à la classe des graphes sans jumeaux. Garijo et al. [1] ont montré que de tels graphes vérifient $LD(G) \leq \lfloor \frac{2n}{3} \rfloor + 1$, et ont conjecturé que $LD(G) \leq \frac{n}{2}$. Foucaud et al. ont amélioré cette borne à $LD(G) \leq \lfloor \frac{2n}{3} \rfloor$, et ont décrit plusieurs familles de graphes attestant que cette conjecture serait optimale. Nous montrons que tout graphe sans jumeaux à n sommets vérifie $LD(G) \leq \lceil \frac{5n}{8} \rceil$, cf. [3].

Références

[1] D.Garijo, A. González and A. Márquez, *The difference between the metric dimension and the determining number of a graph*, Applied Mathematics and Computation 249 (2014) : 487–501.

[2] F. Foucaud, M.A. Henning, C. Löwenstein and T. Sasse, *Locating–dominating sets in twin-free graphs*, Discrete Applied Mathematics 200 (2016) : 52–58.

[3] N. Bousquet et al. *A note on locating sets in twin-free graphs*, arXiv preprint arXiv :2405.18162 (2024).