

## Computing the degreewidth of a digraph is hard

Pierre Aboulker, DIENS, École Normale Supérieure, pierreaboulker@gmail.com  
Nacim Oijid, LaBRI, Université de Bordeaux, nacim.oijid@u-bordeaux.fr  
Robin Petit, Algorithms Research Group, Université Libre de Bruxelles,  
robin.petit@ulb.be  
Mathis Rocton, Algorithm and Complexity Group, TU Wien, mrocton@ac.tuwien.ac.at  
Christopher-Lloyd Simon, Department of Mathematics, The Pennsylvania  
State University, cks6029@psu.edu

Pour tout digraphe  $D$  et tout ordre  $\prec$  sur ses sommets, nous pouvons définir le *backedge graph*  $D^\prec$  comme le graphe non-dirigé sur les mêmes sommets dont les arêtes joignent les paires  $\{v, w\}$  telles que  $v \prec w$  et  $(w, v)$  est un arc de  $D$ .

Le paramètre *degreewidth* a été introduit par Davot, Isenmann, Roy et Thiebaut à WG 2023 [1] : la *degreewidth* d'un digraphe  $D$  est définie comme  $\vec{\Delta}(D) = \min_{\prec} \Delta(D^\prec)$ . Le problème de décision consistant à reconnaître les paires  $(D, k)$  telles que  $\vec{\Delta}(D) \leq k$  a été montré NP-complet sur les tournois, et un algorithme FPT a été déterminé [1]. Le problème consistant à reconnaître, à  $k \geq 0$  fixé, les digraphes tels que  $\vec{\Delta}(D) \leq k$  a été montré NP-complet pour tout  $k \geq 2$  par Keeney et Lokshtanov à WG 2024 [2]. Ces derniers ont posé la question pour  $k = 1$ , et nous y avons répondu par le théorème suivant.

**Théorème 1** ([3]). Pour  $k \geq 1$  un entier fixé, déterminer si  $\vec{\Delta}(D) \leq k$  est NP-complet, même en se restreignant aux 1-subdivisions de multigraphes.

## Références

- [1] T. Davot, L. Isenmann, S. Roy and J. Thiebaut, *Degreewidth : A New Parameter for Solving Problems on Tournaments*, International Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science (2023), 246–260
- [2] R. Keeney and D. Lokshtanov, *Degreewidth on semi-complete digraphs*. International Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science (2024), not yet published.
- [3] P. Aboulker, N. Oijid, R. Petit, M. Rocton, CL. Simon, *Computing the degreewidth of a digraph is hard*, arXiv preprint arXiv:2407.19270 (2024).