

Résolution du P_5 -game sur les forêts

Eric Duchêne, LIRIS, Université Lyon 1, eric.duchene@univ-lyon1.fr
Arthur Dumas, LIRIS, Université Lyon 1, arthur.dumas@univ-lyon1.fr
Mathieu Hilaire, LIRIS, Université Lyon 1, mathieu.hilaire@univ-lyon1.fr
Aline Parreau, CNRS, LIRIS, Université Lyon 1, aline.parreau@univ-lyon1.fr

Les jeux positionnels sont des jeux à deux joueurs sur les hypergraphes qui ont été introduits par Erdős et Selfridge en 1973 [1]. Au sein de cette famille, le H -game, dans sa version Maker-Breaker, se joue à partir d'un graphe G et d'un graphe cible H . En commençant par Maker, les joueurs sélectionnent chacun leur tour une arête libre de G . Maker gagne si elle réussit à sélectionner un ensemble d'arêtes qui contient une copie de H et Breaker gagne si Maker échoue. Dans les jeux positionnels Maker-Breaker, il existe forcément une stratégie gagnante pour exactement l'un des deux joueurs. L'objectif est alors de résoudre le problème qui prend en entrée deux graphes G et H et donne le gagnant du H -game sur G , puis éventuellement d'explicitier une stratégie gagnante.

Récemment, Galliot [2] a présenté un résultat général sur les jeux positionnels Maker-Breaker, dont une conséquence est la résolution en temps polynomial du H -game lorsque H est graphe ayant trois arêtes ou moins. Lorsque H est un graphe à quatre arêtes, il a été démontré dans [3], que le $K_{1,4}$ -game joué sur les forêts est polynomial. Notre travail s'inscrit dans la lignée de ce résultat, en étudiant le cas où H est une chaîne avec quatre arêtes (i.e. un P_5) et G une forêt.

Theorem 1. *Il existe un algorithme calculant l'issue du P_5 -game sur une forêt F , en temps linéaire en la taille de F .*

Nous donnons par ailleurs une stratégie gagnante explicite pour le vainqueur.

Références

- [1] Paul Erdős et John Lewis Selfridge. On a combinatorial game. *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, 14(3):298–301, 1973
- [2] Florian Galliot. *Hypergraphes et jeu Maker-Breaker: une approche structurelle*, Computer Science and Game Theory. Université Grenoble Alpes, 2023.
- [3] E. Duchene, V. Gledel, F. Mc Inerney, N. Nisse, N. Oijid, A. Parreau, et M. Stojaković, *Complexity of maker-breaker games on edge sets of graphs*, arXiv preprint arXiv:2302.10972, 2023