

Une amélioration du théorème de structure de produit pour les graphes excluant un arbre donné comme mineur

Quentin Claus, Université libre de Bruxelles, quentin.claus@ulb.be

La théorie de structure de produit est une branche en pleine expansion de la théorie des graphes. Son but est, étant donné une certaine notion de produit (le produit fort \boxtimes), de montrer que, pour certaines classes de graphes difficiles à appréhender, tout graphe dans cette classe est isomorphe à un sous-graphe d'un produit de graphes plus simples à appréhender. Un des résultats de cette théorie a été démontré récemment par Dujmovic, Hickingbotham, Joret, Micek, Morin et Wood dans l'article [1]. Ce résultat dit que, pour tout arbre T de rayon h , il existe une constante $c \in \mathbb{N}$ telle que pour tout graphe G excluant T comme mineur il existe un graphe H de pathwidth au plus $2h - 1$ tel que G est isomorphe à un sous-graphe du produit $H \boxtimes K_c$. Ce théorème est une version « structure de produit » du célèbre théorème de Bienstock, Robertson, Seymour et Thomas [2] qui dit que pour tout forêt F , tous les graphes excluant F comme mineur ont pathwidth $\leq |V(F)| - 2$. L'article [1] montre que la borne $2h - 1$ sur la pathwidth est optimale. Par contre, la constante c est en $O(|V(T)|^2)$, et n'est a priori pas optimale. Avec Gwenaël Joret, nous avons montré qu'il était possible de prendre $c \in O(|V(T)|)$, ce qui est presque optimal.

Références

- [1] Dujmović, V., Hickingbotham, R., Joret, G., Micek, P., Morin, P. et Wood, D. R. (2024). *The excluded tree minor theorem revisited*. *Combinatorics, Probability and Computing*, 33(1), 85-90.
- [2] Bienstock, D., Robertson, N., Seymour, P. D., Thomas, R. (1991). *Quickly excluding a forest*. *J. Comb. Theory, Ser. B*, 52(2), 274-283.