

Comment tasser un poset dans un hypercube ?

Paul Bastide, LaBRI - TU Delft, Université de Bordeaux, paul.bastide@ens-rennes.fr
Jedrzej Hodor, Jagiellonian University, jedrzej.hodor@gmail.com
Hoang La, LISN, Université Paris-Saclay, hoang.la.research@gmail.com
William T. Trotter, Georgia Tech, wtt.math@gmail.com

Recemment, Carla Groenland, Maria-Romina Ivan, Tom Johnston, et le premier auteur ont introduit deux nouveaux paramètres de posets [1]. En plus d'être naturels, ces deux paramètres ont des applications directes à un problème largement étudié de saturation dans l'hypercube.

Définition 1. Soit un poset P , la cube-height de P (denotée $\text{hh}(P)$) est définie par le plus petit $h \in \mathbb{N}$ tel que P est un sous poset induit des h premiers niveaux de l'hypercube infini : $(\{A : A \subseteq \mathbb{N}, |A| \leq h\}, \subseteq)$.

Définition 2. Soit un poset P , la cube-width de P (denotée $\text{hw}(P)$) est définie par le plus petit $w \in \mathbb{N}$ tel que P est un sous poset induit des $\text{hh}(P)$ premiers niveaux de l'hypercube de dimension w : $(\{A : A \subseteq [w], |A| \leq \text{hh}(P)\}, \subseteq)$.

Théorème 3. Pour tout poset P , $\text{hw}(P) \leq |P|$.

Théorème 3 prouve une conjecture posée dans [1] et améliore la meilleure borne universelle connue sur le *saturation number* de P , voir [1] pour une définition formelle de la fonction sat^* .

Corollaire 4. Pour tout poset P , $\text{sat}^*(n, P) = O(n^{|P|})$.

Références

- [1] P. Bastide, C. Groenland, M-R Ivan, T. Johnston, *A polynomial upper bound for poset saturation*, European Journal of Combinatorics, 2024