

Nombre domatique fractionnaire et degré minimum

Quentin Chuet, LISN, Université Paris-Saclay
quentin.chuet@universite-paris-saclay.fr

Hugo Demaret, LISN, École Polytechnique
hugo.demaret@polytechnique.edu

Hoang La, LISN, Université Paris-Saclay
hoang.la@universite-paris-saclay.fr

François Pirot, LISN, Université Paris-Saclay
francois.pirot@universite-paris-saclay.fr

Etant donné un graphe G , un ensemble de sommets $X \subseteq V(G)$ est *dominant* si tout sommet $v \notin X$ a au moins un voisin dans X . Le *nombre domatique* de G est le nombre maximum d'ensembles dominants deux-à-deux disjoints dans G . Nous nous intéressons à la relaxation fractionnaire de ce paramètre, à savoir le nombre domatique fractionnaire de G , $\text{fdom}(G)$. De manière équivalente, on peut le définir par

$$\text{fdom}(G) := \max \frac{|\mathcal{F}|}{m(\mathcal{F})},$$

sur l'ensemble des familles \mathcal{F} d'ensembles dominants de G , où $m(\mathcal{F})$ est la multiplicité maximale dans \mathcal{F} d'un sommet de $V(G)$.

Si G est de degré minimum au moins 1, alors $\text{fdom}(G) \geq 2$, ce qui se certifie en prenant dans \mathcal{F} un ensemble indépendant maximal et son complémentaire. Le but de cet exposé sera de montrer que si G est de degré minimum au moins 2, connexe, et n'est pas un des graphes représentés dans la Figure 1, alors $\text{fdom}(G) \geq 5/2$. Cela donne une preuve alternative du fait que tout graphe de degré minimum au moins 2 à n sommets contient un ensemble dominant de taille au plus $2(n+1)/5$ [McCuaig, Shepherd, 1989].

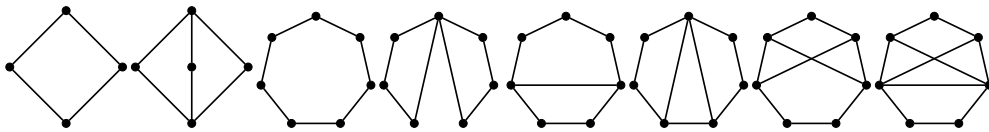


FIGURE 1 – Les huit graphes connexes de degré minimum 2 avec $\text{fdom} < 5/2$.